第34講・比例・反比例の利用

例題1　重さの問題

問題

紙コップ５個の重さをはかったら，100 g であった。この紙コップ x 個の重さの合計を y g とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　重さの合計が 620 g のとき，紙コップは何個あるか求めなさい。

ポイント

● 重さの合計は，紙コップの個数に比例するので，$y = ax$ とおいて考える

解答

(1)　重さの合計は，紙コップの個数に比例するので

$$y = ax$$

とおく。$x = 5$ のとき，$y = 100$ なので

$$100 = a \times 5$$

$$a = 20$$

よって

$\boldsymbol{y = 20x}$　…(答)

(2)　$y = 20x$ に $y = 620$ を代入して

$$620 = 20x$$

$$x = 31$$

よって

31 個　…(答)

MEMO

確認テスト1

６個のボールの重さをはかったら，270 g であった。これらと同じ大きさのボール x 個の重さの合計を y g とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　重さの合計が 495 g のとき，ボールは何個あるか求めなさい。

例題 2　速さの問題

問題

A 地点から B 地点まで，時速 9 km で進むと 4 時間かかった。同じ道のりを時速 x km で進むのにかかる時間を y 時間とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　時速 12 km で進むのにかかる時間を求めなさい。

(3)　進むのにかかった時間が 8 時間のとき，速さを求めなさい。

ポイント

● 次の関係を式で表して，$y =$ [　　] の形に変形する

（道のり）＝（速さ）×（時間）

解答

(1)　A 地点から B 地点までの道のりは

$9 \times 4 = 36$（km）

よって

$36 = x \times y$

$xy = 36$

$\boldsymbol{y = \dfrac{36}{x}}$　**…(答)**

(2)　$y = \dfrac{36}{x}$ に，$x = 12$ を代入して

$y = \dfrac{36}{12}$

$= 3$

よって

3 時間　…(答)

MEMO

(3)　$y = \dfrac{36}{x}$ に，$y = 8$ を代入して

$$8 = \frac{36}{x}$$
$$8x = 36$$
$$x = \frac{36}{8}$$
$$x = \frac{9}{2}$$

よって

時速 $\dfrac{9}{2}$ km　…(答)

確認テスト 2

A 地点から B 地点まで，時速 9 km で進むと 4 時間かかった。同じ道のりを時速 x km で進むのにかかる時間を y 時間とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。

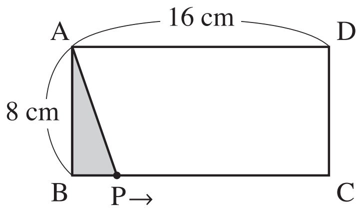
(2)　時速 12 km で進むのにかかる時間を求めなさい。

(3)　進むのにかかった時間が 8 時間のとき，速さを求めなさい。

例題 3　動点の問題

問題

次の図のような長方形 ABCD がある。点 P は頂点 B を出発し，秒速 1 cm で辺 BC 上を頂点 C まで動く。点 P が頂点 B を出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，$x \geqq 0$, $y \geqq 0$ とします。



(1)　y を x の式で表しなさい。

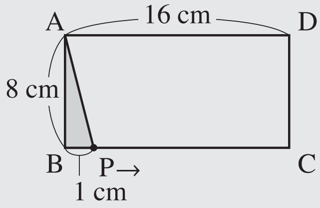
(2)　x の変域と y の変域をそれぞれ求めなさい。

(3)　三角形 ABP の面積が 48 cm^2 になるのは，点 P が頂点 B を出発してから何秒後か求めなさい。

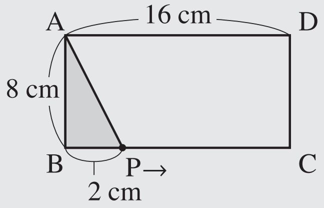
ポイント

● 点 P の位置により，**三角形 ABP の形が変わる** → 図中にかき込んで整理する

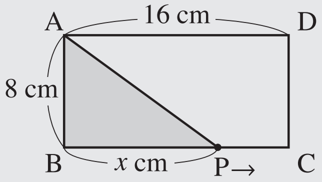
① 1 秒後



② 2 秒後



③ x 秒後



解答

(1)　x 秒後の BP の長さは x cm だから，三角形 ABP の面積は

$$\frac{1}{2} \times x \times 8 = 4x \ (\mathrm{cm}^2)$$

よって

$\boldsymbol{y = 4x}$　**…(答)**

(2)　点 P が頂点 C まで進むのにかかる時間は

$16 \div 1 = 16$（秒）

よって，x の変域は

$\boldsymbol{0 \leqq x \leqq 16}$　**…(答)**

点 P が頂点 C に到着したときの三角形 ABP の面積は

$$\frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64 \ (\mathrm{cm}^2)$$

よって，y の変域は

$\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 64}$　**…(答)**

(3)　$y = 4x$ に，$y = 48$ を代入して

$48 = 4x$

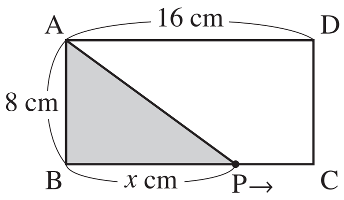
$x = 12$

よって

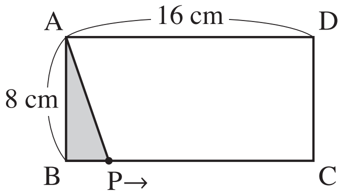
12 秒後　…(答)

MEMO

(1)

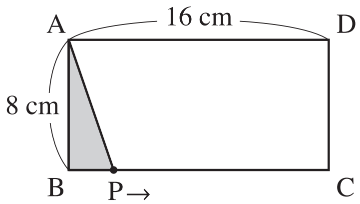


(2)



確認テスト 3

次の図のような長方形 ABCD がある。点 P は頂点 B を出発し，秒速 1 cm で辺 BC 上を頂点 C まで動く。点 P が頂点 B を出発してから x 秒後の三角形 ABP の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，$x \geqq 0$, $y \geqq 0$ とします。



(1)　y を x の式で表しなさい。

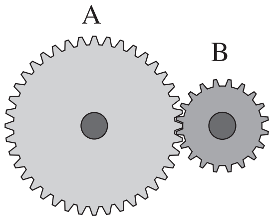
(2)　x の変域と y の変域をそれぞれ求めなさい。

(3)　三角形 ABP の面積が 48 cm^2 になるのは，点 P が頂点 B を出発してから何秒後か求めなさい。

例題 4　歯車の問題

問題

歯の数が 40 の歯車 A と歯の数が x の歯車 B が，かみ合って回転している。歯車 A を 3 回転させたとき，歯車 B が y 回転するものとして，次の問いに答えなさい。

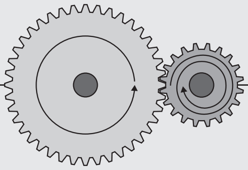


(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　$x = 30$ のとき，y の値を求めなさい。

ポイント

● 次の関係を式で表して，$y =$ □ の形に変形する



（A の歯の数）×（A の回転数）＝（B の歯の数）×（B の回転数）

$40 \times 3 = x \times y$

解答

⑴　歯車 A と歯車 B のかみ合う歯の数は等しいので

$40 \times 3 = x \times y$

$xy = 120$

$\boldsymbol{y = \frac{120}{x}}$　**…(答)**

⑵　$y = \frac{120}{x}$ に，$x = 30$ を代入して

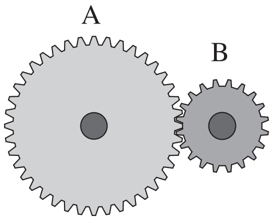
$y = \frac{120}{30}$

$= \mathbf{4}$ **（回転）…(答)**

MEMO

確認テスト 4

歯の数が 40 の歯車 A と歯の数が x の歯車 B が，かみ合って回転している。歯車 A を 3 回転させたとき，歯車 B が y 回転するものとして，次の問いに答えなさい。



⑴　y を x の式で表しなさい。

⑵　$x = 30$ のとき，歯車 B は何回転するか求めなさい。